Министерство сельского хозяйства РФ
Колледж Агробизнеса Забайкальского аграрного института – филиала
ФГБОУ ВПО «Иркутская государственная сельскохозяйственная академия»

МАТЕМАТИКА

Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников, обучающихся по специальности:
120701 «Землеустройство»
110809 «Механизация сельского хозяйства»
190631 «ТО и ремонт автомобильного транспорта»

Чита-2012

ББК 26.82
К.55.
УДК 911.52

Рецензенты:

Самодурова Т.Н. преподаватель Колледжа Агробизнеса Забайкальского аграрного института – филиала ФГБОУ ВПО «Иркутская государственная сельскохозяйственная академия»

Ответственный за выпуск: Е.Г. Елгина, методист Колледжа Агробизнеса Забайкальского Аграрного института – филиала ФГБОУ ВПО «Иркутская государственная сельскохозяйственная академия»

Ковтун Н.Г., Горюнова В.В.
Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников, обучающихся по специальности: 120701 Землеустройство, 110809 Механизация сельского хозяйства по дисциплине математика/
Горюнова В.В., Ковтун Н.Г.. г. Чита, Колледж Агробизнеса ЗабАИ - филиала ФГБОУ ВПО «ИрГСХА»

Данные методические указания предназначены в помощь студентам-заочникам средних специальных учебных заведений специальности 120701 Землеустройство и 110809 Механизация сельского хозяйства, изучающих дисциплину математика

Рассмотрены на заседании цикловой комиссии математических и общих естественнонаучных дисциплин (Протокол № от « »)

Рекомендованы методическим советом Колледжа Агробизнеса ЗабАИ - филиала ФГБОУ ВПО «ИрГСХА» от «___» _____________

Введение

Настоящие методические указания предназначены для студентов заочной формы обучения Колледжа Агробизнеса ЗабАИ.

Целью методических указаний является оказание помощи студентам заочной формы обучения в организации самостоятельной работы в объеме действующей программы.

Рекомендации:

1) Ознакомится с содержанием программы. Просмотреть рекомендуемые учебные пособия.
2) Выбрать учебники по курсу или теме в качестве основных.
3) Изучить материал по данным методическим рекомендациям, основные термины, теоремы, изучить формулы, разобрать задачи, которые приводятся в указаниях к каждой теме.
4) Составить конспекты тем.
5) Выполнить контрольную работу.

При выполнении контрольной работы следует придерживаться следующих указаний:

1) Контрольную работу выполняют в отдельной тетради в клетку;
2) На обложке тетради должен быть приклеен титульный лист, утвержденного образца;
3) Работу выполняют чернилами одного цвета, аккуратно, разборчиво;
4) Решение задач, желательно, располагать в порядке номеров, указанных в заданиях;
5) Условия задачи необходимо переписывать полностью в контрольную тетрадь;
6) Чертежи следует выполнять карандашом, с использованием чертежных инструментов;
7) Решения задач, должны сопровождаться пояснениями, используемые формулы нужно выписывать;
8) На каждой странице тетради необходимо оставлять поля шириной 3-4 см для замечаний преподавателя;
9) Контрольная работа должна быть выполнена в срок соответствии с учебным планом-графиком.

Работа, выполненная не по своему варианту, не учитывается и возвращается студенту без рецензии преподавателя.

Теория пределов
Функция

<u>Переменная</u> – это величина, которая в условиях данного процесса может принимать различные значения.
<u>Постоянная</u> – это величина, которая в условиях донного процесса сохраняет одно и то же значение.
Величина *y* называется функцией переменной величины *x*, если каждому из тех значений, которые может принимать *x*, соответствует одно или несколько определенных значений *y*.
Величина у зависит от величины *x*, соответственно, величина *x* называется

независимой переменной или аргументом, *y*- зависимая переменная или функция обозначается *y=f(x).*
Совокупность всех значений, которые может принимать аргумент *x* функции *f(x),* называется областью определения этой функции.

Предел функции

Постоянное число *A* называется пределом функции *y=f(x)* в точке *x=a*, если для всех *x*, сколько угодно мало отличающихся от а или при $x \to a$, значение функции у сколь угодно мало отличается от числа *A* обозначается $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$

Теоремы о пределах

1) Если существуют пределы функций *f(x) и γ(x)* при $x \to a$, то также существует предел их суммы (разности), равный сумме (разности) пределов функций *f(x)* и *γ(x)*

$$\lim_{x \to a}(f(x) \pm \gamma(x)) = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} \gamma(x)$$

2) Если существуют пределы функций *f(x) и γ(x)*, при $x \to a$, то также существует предел их произведения, равный произведению пределов функций *f(x)* и *γ(x)*

$$\lim_{x \to a}(f(x) \cdot \gamma(x)) = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} \gamma(x)$$

3) Если существуют пределы функций *f(x)* и *γ(x)*, при $x \to a$, предел функции *γ(x)* отличен от нуля, то также существует предел их отношения, равный отношению пределов функций *f(x)* и *γ(x)*

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{\gamma(x)} = \frac{\lim\limits_{x \to a} f(x)}{\lim\limits_{x \to a} \gamma(x)}$$

Основные свойства пределов

1) Предел постоянной величины равен этой величине $\lim\limits_{x \to a} A = A$, если

   A=const

2) Постоянный множитель можно выносить за знак предела

$$\lim_{x\to a} cf(x) = c\lim_{x\to a} f(x),\ c = const$$

Понятие бесконечно малой и бесконечно большой величины

Если предел функции, при $x\to a$ равен нулю, то она называется бесконечно малой

$$\lim_{x\to a} f(x) = 0$$

Выполняется равенство $\frac{1}{\infty} = 0$

Если предел функции равен бесконечности, при $x\to a$, то она называется бесконечно большой

$$\lim_{x\to a} f(x) = \infty$$

Выполняется равенство $\frac{1}{0} = \infty$

Замечательные пределы

1) Первый замечательный предел

Предел отношения синуса бесконечно малой величины х, к самой величине равен 1, при $x\to 0$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$$

Свойства:

1) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$

2) $\lim_{x\to 0}\frac{tgax}{bx} = \frac{a}{b}$

3) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$

4) $\lim_{x\to 0}\frac{tgx}{x} = 1$

2) Второй замечательный предел

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$\lim_{x\to\infty}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

где $e \approx 2{,}71828$

Примеры:

Вычислить пределы функций:

1) $\lim_{ч\to -1}\left(2x^3 - x^2 - 1\right) = 2(-1)^3 - (-1)^2 - 1 = -4$

2) $\lim_{x\to 2}\frac{2}{3x-6} = \frac{2}{6-6} = \frac{2}{0} = \infty$

3) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{2x-4}=\frac{1}{2\infty-4}=\frac{1}{\infty}=0$

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^2-3x+1}{2x-x^2}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{5x^2}{x^2}-\frac{3x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}{\frac{2x}{x^2}-\frac{x^2}{x^2}}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}{\frac{2}{x}-1}=\frac{5-\frac{3}{\infty}+\frac{1}{\infty}}{\frac{2}{\infty}-1}=\frac{5-0+0}{0-1}=-5$

5) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}=\frac{4-10+6}{4-4}=\frac{0}{0}=$

$x^2-5x+6=0$

$D=b^2-4ac; a=1; b=-5; c=6$

$D=(-5)^2-4\cdot 1\cdot 6=1$, *D>0 (2x)*

$x_1=\frac{5+\sqrt{1}}{2}=3$; $x_2=\frac{5-\sqrt{1}}{2}=2$

$x^2+5x+6=(x-3)(x-2)$

$x^2-4=(x-2)(x+2)$

$=\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-3)(x-2)}{(x-2)(x+2)}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x-3}{x+2}=\frac{-1}{4}$

6) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+2x)^{\frac{3}{4x}}$, пусть $y=\frac{1}{2x}$, $y\to 0$, тогда

$$\lim\limits_{y\to 0}\left(1+\frac{1}{y}\right)^{\frac{3}{4\cdot\frac{1}{2x}}}=\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\frac{1}{y}\right)^{\frac{3y}{2}}=\left(\lim\limits_{y\to 0}\left(1+\frac{1}{y}\right)^{y}\right)^{\frac{3}{2}}=e^{\frac{3}{2}}$$

Дифференциальное исчисление

I Производная функции

Дана функция $y=f(x)$, x_1 и x_2 – два значения аргумента, $y_1=f(x_1)$, $y_2=f(x_2)$ – соответствующие значения функции.

Разность $x_2-x_1=\Delta x$ называется приращением аргумента , а разность $y_2-y_1=f(x_2)-f(x_1)=\Delta y$ называется приращением функции на отрезке $[x_1;x_2]$

Производной функции $y=f(x)$ по переменной x называется предел отношения приращения функции Δy к приращению аргумента Δx, когда $\Delta x\to 0$

$$y'(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Процесс нахождения производственной функции называется дифференцированием.

Второй производной функции $y=f(x)$, или производной второго порядка, называется производная от производной первого порядка $f''(x)=(f'(x))'$

Геометрический смысл, производной к графику функции в точке касания $k=f'(x_0)$ или $k=tg\alpha$, где α – угол наклона касательной к оси абсцисс.

Управление касательной имеет вид $f(x)-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$

Производная сложной функции

Функция называется сложной, или аргументом функции является функция, т.е. $y = f\left(g(x)\right)$, её производная определяется по формуле $y' = f'\left(g(x)\right)\cdot g'(x)$

Пример:

$$y = 2\sin^2 3x$$

$$y' = \left(2\sin^2 3x\right)' = 2\cdot 2\sin 3x\cdot(\sin 3x)' = 4\sin 3x\cdot\cos 3x\cdot(3x)' = 12\sin 3x\cos 3x$$

Формулы производных

1) $(u+v)' = u' + v'$

2) $(u-v)' = u' - v'$

3) $(u\cdot v)' = u'\cdot v + u\cdot v'$

4) $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'\cdot v - u\cdot v'}{v^2}$

Таблица производных

1) $(c)' = 0$, $c=const$

2) $(cu)' = c'\cdot u'$, $c=const$

3) $\left(x^{\alpha}\right)' = \alpha x^{\alpha-1}$

4) $(x)' = 1$

5) $\left(a^x\right)' = a^x \ell n a$

6) $\left(e^x\right)' = e^x$

7) $(\ell n x)' = \dfrac{1}{x}$

8) $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

9) $(\sin x)' = \cos x$

10) $(\cos x)' = -\sin x$

11) $(tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

12) $(ctgx) = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$

13) $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

14) $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

15) $(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$

16) $(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$

17) $(\ell og_a x)' = \frac{1}{x\ell na}$

Примеры:

Найти производные функций:

1) $y = 2^x - 3x^4 + e^x$

$y' = (2^x - 3x^4 + e^x)' = (2^x)' - (3x^4)' + (e^x)' = 2^x \ell n2 - 12x^3 + e^x$

2) $y = x^2 \cdot \sin x$

$y' = (x^2 \cdot \sin x)' = (x^2)' \cdot \sin x + x^2 \cdot (\sin x)' = 2x\sin x + x^2 \cos x = x(2\sin x + \cos x)$

3) $y = \frac{x^3}{1-x}$

$$y' = \frac{(x^3)' \cdot (1-x) - x^3(1-x)'}{(1-x)^2} = \frac{3x^2(1-x) + x^3}{(1-x)^2} = \frac{x^2(3-3x+x)}{(1-x)^2} = \frac{x^2(3-2x)}{(1-x)^2}$$

4) $y = 5x^4 - 2\cos x + 6ctgx$

$y' = (5x^4 - 2\cos x + 6ctgx)' = 20x^3 + 2\sin x - \frac{6}{\sin^2 x}$

5) $y = \sqrt{1+x^2}$

$y' = (\sqrt{1+x^2})' = \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}} \cdot (1+x^2)' = \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}} \cdot 2x = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

6) $y = \sin^4 x$

$y' = (\sin^4 x)' = 4\sin^3 x \cdot (\sin x)' = 4\sin^3 x \cdot \cos x$

7) $y = \cos 5x$

$y' = (\cos 5x)' = -\sin 5x \cdot (5x)' = -5\sin 5x$

Исследование функций с помощью производной

Функция *y=f(x)* монотонно возрастает, если большему значению аргумента *x* соответствует большее значение функции *f(x).*

Условие возрастания функции на интеграле: если производная функции на интеграле [*а;в*] положительна, то функция возрастает на данном интервале.

Функция *y=f(x)* монотонно убывает, если большему значению аргумента *x* соответствует меньшее значение функции *f(x).*

Условие убывания функции на интервале:

Если производная функции на интервале [*а;в*] отрицательна, то функция убывает на этом интервале.

Точки максимума и минимума функции называют точками экстремума функции.

Исследование функции на экстремумы с помощью производной

1) Найти производную функции $f'(x)$

2) Найти критические точки функции y=f(x), т.е. точки, в которых производная функции обращается в нуль или не существует.

3) Исследовать знак производной , в промежутках, на которые найденные критические точки делят область определения функции. Если при переходе через критическую точку производная функции меняет знак с «-» на «+» то это точка минимума.

Если при переходе через критическую точку производная меняет знак с «+» на «-», то это точка максимума.

3) Вычислить значение функции в точках экстремума.

Исследование функции на перегиб с помощью производной

1) Найти вторую производную функции.
2) 2) Найти критические точки второго рода, т.е. те точки, в которых вторая производная обращается в нуль или не существует.
3) Исследовать знак второй производной в промежутках, на которые найдены критические точки делят область определения функции *y=f(x)*. Если при переходе через критическую точку вторая производная меняет знак, то данная точка является абсциссой точки перегиба графика функции.
4) Вычислить значение функции в точках перегиба

Общая схема построения графиков функций

1) Найти область определения функции.
2) Проверить функцию на четность:

если *f(x)=f(-x)* – функция четная,

если *f(x)=-f(x)* – функция нечетная,

если не выполняются оба равенства, то функция ни четная, ни нечетная.

3) Найти точки пересечения графика функции с осями координат (если это не вызывает затруднения)
4) Исследовать функцию на монотонность и экстремумы.
5) Найти промежутки выпуклости графика функции и точки перегиба.
6) Построить график, используя полученные результаты исследования

Пример:

Исследовать функцию и построить график

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$

1) область определения функции: $D(x) = (-\infty; +\infty)$
2) проверим функцию на честность

$$f(-x)=\frac{1}{3}(-x)^3-2(-x)^2$$

$$f(-x)=-\frac{1}{3}x^3-2x^2$$

$$f(x)\neq f(-x)$$

$$-f(x)=-\frac{1}{3}x^3+2x^2$$

$$-f(x)\neq f(x)$$

Значит, функция ни четная, ни нечетная.

3) найти точки пересечения графика с осями координат:

0X: y=0

$$\frac{1}{3}x^3-2x^2=0$$

$$x^2\left(\frac{1}{3}x-2\right)=0$$

$x^2=0$ или $\frac{1}{3}x-2=0$

$x=0$ или $\frac{1}{3}x=2$

$x=6$

$(0;0)$ и $(6;0)$

0У: x=0

$$y=\frac{1}{3}\cdot 0-2\cdot 0=0$$

$(0;0)$

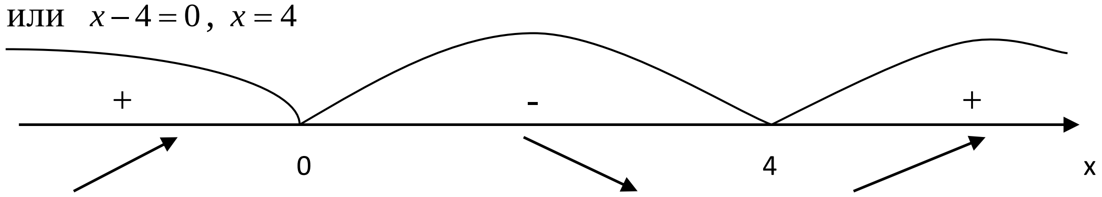
4) Исследуем функцию на монотонность и экстремумы

$$f'(x)=\left(\frac{1}{3}x^3-2x^2\right)=\frac{1}{3}\cdot 3x^2-2\cdot 2x=x^2-4x$$

$$x^2-4x=0$$

$$x(x-4)=0$$

$x=0$ или $x-4=0$, $x=4$



$x_{\max}=0;\quad x_{\min}=4$

$$f(x)_{\max}=\frac{1}{3}\cdot 0-2\cdot 0=0$$

$$f(x)_{\min}=\frac{1}{3}\cdot 4^3-2\cdot 4^2=\frac{64}{3}-32=-10\frac{2}{3}$$

$(0;0)$ - точка максимума

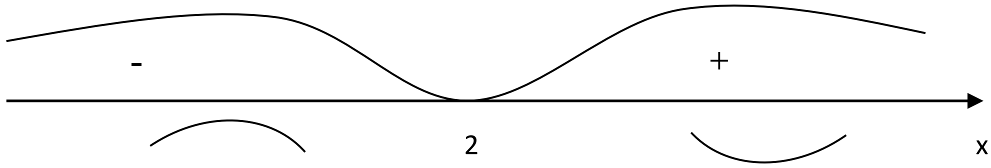
$\left(4;-10\frac{2}{3}\right)$ - точка минимума

5) Исследуем функцию на выпуклость

$f''(x) = (x^2 - 4x)' = 2x - 4$

$2x = 4$

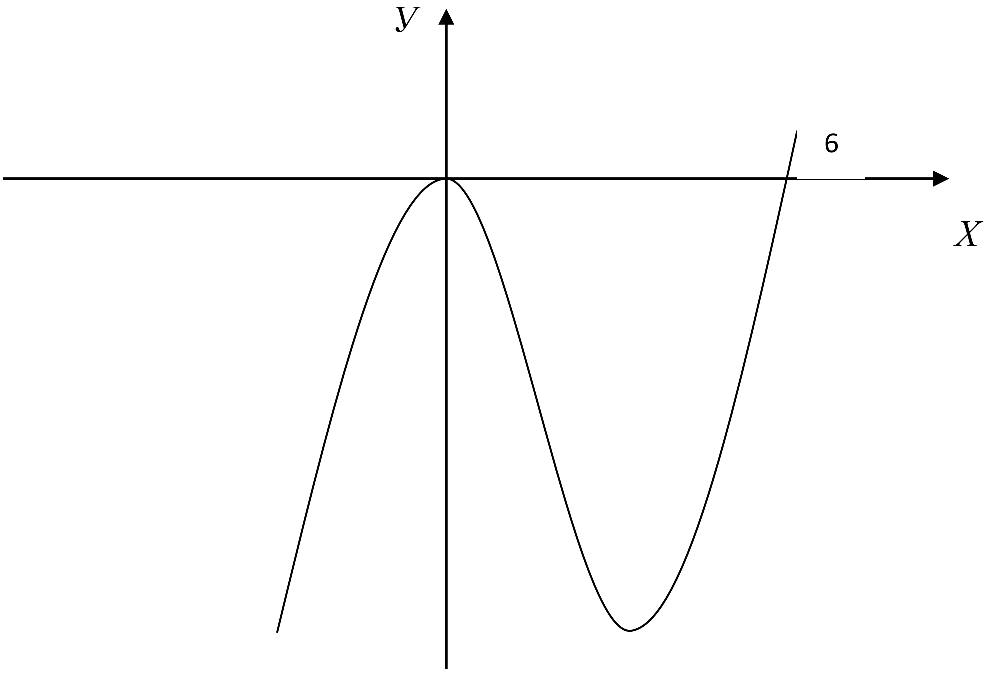
$x = 2$



$f(2) = \frac{1}{3} \cdot 2^3 - 2 \cdot 2^2 = \frac{8}{3} - 8 = \frac{8-24}{3} = \frac{-16}{3} = -5\frac{1}{3}$

$\left(2; -5\frac{1}{3}\right)$ - точка перегиба

6) Строим график



Интегральное исчисление

Неопределенный интеграл

Дифференцируемая функция *F(x)*, где $x \in (a; в)$ называется первообразной для функции *f(x)* на интервале *(a;в)*, если $F'(x) = f(x)$ для любого *x* из интервала *(a;в)*

Совокупность $F(x)+c$ всех первообразных функций *f(x)* на интервале *(а;в)* называют неопределенным интервалом от функции *f(x)* и обозначают $\int f(x)dx = F(x)+c$, где *f(x)* – подинтегральная функция

f(x)dx – подинтегральное выражение

x – переменная интегрирования

c – произвольная постоянная

Основные формулы интегриравания

1) $\int dx = x + c$

2) $\int x^2 dx = \frac{x^{2+1}}{2+1} + c$

3) $\int \frac{dx}{x} = \ell n|x| + c$

4) $\int e^x dx = e^x + c$

5) $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ell na} + c$

6) $\int \sin x dx = -\cos x + c$

7) $\int \cos x dx = \sin x + c$

8) $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + c$

9) $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + c$

10) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + c$

11) $\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + c$

Способы интегрированием

1)Непосредственное интегрирование. Метод, при котором данный интеграл сводится к табличному.

Пример:

$$\int \left(x^5 - \sqrt[3]{x} + \cos x\right)dx = \int x^5 dx - \int x^{\frac{1}{3}} dx + \int \cos x dx = \frac{x^6}{6} - \frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + \sin x + c =$$

$$= \frac{x^6}{6} - \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + \sin x + c = \frac{x^6}{6} - \frac{3}{4\sqrt[3]{x^4}} + \sin x + c$$

2) Интегрирование методом подстановки.

Пример:

$\int \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}}$ пусть $\begin{matrix} t = 1 + x^2 \\ dt = 2xdx \\ xdx = \frac{dt}{2} \end{matrix}$, тогда

$$\int \frac{\frac{dt}{2}}{\sqrt{t}} = \frac{1}{2}\int \frac{dt}{t^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}\int t^{-\frac{1}{2}}dt = \frac{1}{2} = \frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = \sqrt{t} + c = \sqrt{1+x^2} + c$$

3) Интегрирование по частям.

Общая формула интегрирования по частям:

$\int udv = u \cdot v - \int vdu$

Пример:

$x\cos xdx$

Пусть $x = u$, $\cos xdx = dv$, тогда $dx = du$; $v = \int \cos xdx = \sin x$

$\int x\cos xdx = x \cdot \sin x - \int \sin xdx = x\sin x + \cos x + c$

Определенный интеграл

Определенным интегралом функции *y=f(x)* при изменении аргумента от *x=a* до *x=в* называется приращением *F(в)-F(a)* любой из первообразных функций вида *F(x)+c*

$$\int_a^в f(x)dx$$

a – нижний предел интегрирования

в – верхний предел интегрирования

Для вычисления определенного интеграла используем формулу Ньютона-Лейбница:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x) \begin{cases} b \\ a \end{cases} = F(b) - F(a)$$

Пример № 1:

$$\int_1^2 (x^2+2)dx = \frac{x^3}{3} + 2x \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases} = \left(\frac{8}{3}+4\right) - \left(\frac{1}{3}+2\right) = \frac{13}{3}$$

Пример № 2:

$\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{1+x}}$ пусть $\begin{matrix} t = 1 + x \\ dt = dx \\ t_в = 1 + 3 = 4 \\ t_н = 1 + 0 = 1 \end{matrix}$, тогда $\int_1^4 \frac{dt}{\sqrt{t}} = \int_1^4 \frac{dt}{t^{\frac{1}{2}}} = \int_1^4 t^{-\frac{1}{2}}dt = \frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases} = 2\sqrt{t} \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases} = 2\sqrt{4} - 2\sqrt{1} = 2$

Варианты контрольной работы

1-10 Вычислите пределы функций:

1) а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^2-2x}{2x^2-5}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-2x+3}{5x^4-4x-8}$

2) а) $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{x-6}{\sqrt{x+3}-3}$ б) $\lim\limits_{x\to 1}\left(x^3-2x+4\right)$

3) а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3}{2x-6}$ б) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-8x+15}{x^2-25}$

4) а) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-9x+20}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^8-2x}{4x^8+6}$

5) а) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x}\right)^x$ б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^2-7x+3}{3x^2 2x-1}$

6) а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+x-15}{3x^2+7x-6}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{3}{x}\right)^x$

7) а) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x^2-17x+10}{3x^2-16x+5}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^5-2x^3}{4-x^5}$

8) а) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{5-x}{3-\sqrt{2x-1}}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4+6x^5}{3x^5-2}$

9) а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}}$ б) $\lim\limits_{x\to 2}\left(x^3-2x+1\right)$

10) а) $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{3x^2}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{3}{x}\right)^{-x}$

11-20 Вычислите производную функции:

11) а) $y=x^4\cdot\sin x$ б) $y=\sqrt{x^2-2x}$

12) а) $y=\dfrac{\cos x}{x^4}$ б) $y=\ln\left(x^2-1\right)$

13) а) $y=e^{\sin x}$ б) $y=x\cdot\sqrt{1+x^2}$

14) а) $y=e^x\cdot\ln x$ б) $y=tg\,2x$

15) а) $y=\dfrac{e^x}{1+e^x}$ б) $y=x^5\cdot\sqrt{x}$

16) а) $y=\sin^5 2x$ б) $y=\dfrac{x}{\sin x}$

17) а) $y=x\cdot e^x$ б) $y=\dfrac{\cos x}{3x}$

18) а) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+5}}$ б) $y=\sqrt{5x^3-2x}$

19) а) $y=\dfrac{3x}{2-x}$ б) $y=\cos x(1-\sin x)$

20) а) $y=\dfrac{\cos x}{1-\sin x}$ б) $y=2tg\left(\dfrac{1}{2}x\right)$

21-30 Исследовать функцию и построить график:

21) $y=x^3-3x-2$

22) $y=\frac{1}{6}x^3-x^2+1$

23) $y=x^3-3x^2$

24) $y=x^3-2x^2+x$

25) $y=2x^3+3x^2$

26) $y=x^3-3x^2+1$

27) $y=2x^3-3x^2-12x-1$

28) $y=2x^3+3x^2-12x-10$

29) $y=3x^3-x$

30) $y=\frac{1}{3}x^3-9$

31-40 Вычислите неопределенный интеграл:

31) а) $\int(x^3-2x+4)dx$ б) $\int(x-4)^7\,dx$

32) а) $\int(5x^4+2x-1)dx$ б) $\int\frac{xdx}{\sqrt{x^2+1}}$

33) а) $\int(x^{-3}+4x^3 2x)dx$ б) $\int(x^3-2)x^2dx$

34) а) $\int(3e^x+x-2)dx$ б) $\int\frac{dx}{\sqrt{5x-2}}$

35) а) $\int(7x^6\sin x+3)dx$ б) $\int\cos 3xdx$

36) а) $\int\frac{xdx}{(x^2+5)^4}$ б) $\int\left(x^4\frac{1}{4}+2\right)dx$

37) а) $\int(x^3+\cos x-2)dx$ б) $\int e^{2x}xdx$

38) а) $\int\left(\frac{1}{4}x^3-x^{-2}+4x\right)dx$ б) $\int\frac{xdx}{x^2+1}$

39) а) $\int\left(\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{2}x+2\right)dx$ б) $\int\frac{\cos xdx}{4+\sin x}$

40) а) $\int(2x^3+3x^2-x)dx$ б) $\int(x^3-6)^5\cdot 3x^2dx$

41-50 Вычислите определенные интегралы:

41) $\int_0^2(2-x)^4\,dx$

42) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos xdx}{4+\sin x}$

43) $\int_0^1\frac{x^2dx}{\sqrt{8-7x^3}}$

44) $\int_0^2(3x^2-1)^4\,xdx$

45) $\int_1^4 x\cdot e^{2x^2}\,dx$

46) $\int_{-1}^{0} \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^5 + 4}}$

47) $\int_{0}^{2} \frac{x^2 dx}{\sqrt{9 + 2x^3}}$

48) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x) dx$

49) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{(2 - \cos)^2}$

50) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x} \cdot \cos x dx$

Литература:

1) Богомолов Н.В. «Практические занятия по математике». – М.: Высшая школа, 2008.
2) Дилигул Г.Д. «Математика для техникумов». – М.: Наука, 1989.
3) Яковлев Г.Н. «Математика для техникумов» ч.I – М.: Наука, 2002.
4) Яковлев Г.Н. «Математика для техникумов» ч.II – М.: Наука, 2002.