**Практическое занятие (17.11.20) 4, 5 пары**

**Тема: Математическая статистика**

**Задание:** решить задачи, задания выполнять в практических тетрадях , решения отправить до 10.12.20.

Задания для каждого индивидуальные. Выполняем в соответствии с таблицей. Делаем по образцу ниже.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № Варианта | ФИО | номера заданий | |
| вариант № 1 | Абрамов А.Н. | 131 | 141 |
| вариант № 2 | Ветлугин А.В. | 132 | 142 |
| вариант № 3 | Деревцов А.Н. | 133 | 143 |
| вариант № 4 | Домшаев В.И. | 134 | 144 |
| вариант № 5 | Лутай И.О. | 135 | 145 |
| вариант № 6 | Попов Р. В. | 136 | 146 |
| вариант № 7 | Супрунов А.В. | 137 | 147 |

**№ 131 - 140**

Вычислить выборочный коэффициент корреляции и найти выборочное уравнение прямой регрессии Y на X.

131.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| Y | 18 | 19 | 20 | 23 | 25 | 29 | 36 | 47 | 61 | 85 |

132.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 5 | 17 | 27 | 35 | 43 | 49 | 53 | 57 | 63 | 67 |
| Y | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 | 31 |

133.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 |
| Y | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 17 | 19 | 21 | 23 | 25 |

133.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| Y | 5 | 8 | 13 | 17 | 23 | 29 | 36 | 41 | 48 | 57 |

135.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 |
| Y | 7 | 8 | 11 | 13 | 16 | 19 | 21 | 23 | 25 | 27 |

136.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | 32 |
| Y | 8 | 9 | 10 | 13 | 15 | 18 | 21 | 25 | 29 | 32 |

137.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| Y | 25 | 26 | 28 | 31 | 35 | 40 | 46 | 53 | 61 | 70 |

**№ 141 - 150**

Найти основные выборочные характеристики , s2, s, V, sx; с надежностью 95% указать доверительный интервал для оценки генеральной средней xГ для следующей выборки:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 141. | 142. | 143. | 144. | 145. | 146. | 147. |
| 40,8  26,4  33,2  29,5  36,1  32,8  33,5  36,4  37,1  39,6  41,0  28,3  30,6  37,9  39,2  32,5  35,6  34,8  36,9  34,2 | 12,6  18,7  15,3  14,8  19,5  13,7  16,4  15,2  16,3  12,9  18,5  16,5  15,4  13,6  16,9  15,8  17,3  19,6  15,8  19,6 | 19,7  20,3  25,6  24,3  28,9  29,6  19,4  23,5  25,8  29,4  28,2  26,1  23,9  25,8  23,9  26,9  27,6  25,9  24,7  28,5 | 18,6  19,5  23,8  15,4  39,7  24,5  19,8  20,5  26,5  23,4  21,6  29,7  29,7  24,6  19,4  16,5  16,8  14,4  13,8  22,4 | 26,5  18,4  29,4  35,8  26,9  34,2  26,7  34,6  35,1  32,8  30,9  28,7  29,6  31,5  36,4  34,8  39,5  32,9  34,4  30,4 | 29,8  30,5  31,6  29,6  35,7  36,8  29,4  21,6  29,7  24,6  34,8  36,4  32,1  39,7  34,5  34,8  31,5  34,8  37,9  29,6 | 45,8  50,4  48,4  53,2  49,5  52,6  48,7  51,9  45,9  46,8  49,5  51,2  46,3  48,7  48,9  48,3  47,6  48,3  49,5  48,6 |

**Примеры:**

**Задача 1.** Были произведены измерения общей длины ствола в см (X) и длины его части без ветвей (Y) 10 молодых сосен. Результаты этого измерения представлены в таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 25 | 35 | 45 | 55 | 65 | 75 | 85 | 95 | 105 | 115 |
| Y | 14 | 18 | 19 | 20 | 23 | 23 | 24 | 26 | 29 | 34 |

Вычислить выборочный коэффициент корреляции и найти выборочное уравнение прямой регрессии Y на X.

Решение. Вычислим выборочный коэффициент корреляции по формуле:



Для вычисления величин, входящих в формулу, составим вспомогательную таблицу (приведена на следующей странице), в которой результаты измерений записаны столбцами. Внизу каждого из столбцов вычислены суммы для нахождения средних  и . Далее расположены столбцы, в которых вычисляются разности xi– и yi–, их квадраты и произведения. Значения этих столбцов суммируются (последняя строка), чтобы получились величины, необходимые для подстановки в формулу. Отметим, что суммы в столбцах, в которых вычислены разности xi– и

yi–будут всегда равны нулю.

Находим средние  и  (смотри данные в таблице, 1–2 столбцы):

= 700/10 = 70,  = 230/10 = 23.

Выполнив все вычисления в таблице (3 – 7 столбцы), получаем:

Σ(xi–)(yi–) =1520,

Σ(xi–)2 = 8250,

Σ(yi–)2 = 298.

Подставляя эти значения в соответствующую формулу, вычислим коэффициент корреляции:



|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | yi | xi– | (xi–)2 | yi– | (yi–)2 | (xi–)(yi–) |
| 25  35  45  55  65  75  85  95  105  115 | 14  18  19  20  23  23  24  26  29  34 | –45  –35  –25  –15  –5  5  15  25  35  45 | 2025  1225  625  225  25  25  225  625  1225  2025 | –9  –5  –4  –3  0  0  1  3  6  11 | 81  25  16  9  0  0  1  9  36  121 | 405  175  100  45  0  0  15  75  210  495 |
| 700 | 230 | 0 | 8250 | 0 | 298 | 1520 |

Таким образом, у выбранных сосен имеет место очень сильная корреляция между общей длиной ствола и длиной его части без ветвей.

Найдем теперь выборочное уравнение прямой регрессии Y на X.

,

где , .

Тогда σy/σx=

Подставляя в выборочное уравнение прямой регрессии Y на X: =70, =23, rB=0,97, σy/σx=0,19, получим y–23=0,97∙0,19∙(x–70) или y–23=0,18x–12,6.

Окончательно, y=0,18x + 10,4 – искомое уравнение прямой регрессии Y на X.

**Задача 2.** Из крупного стада коров произведена случайная выборка, получено 20 вариант удоя коров за 300 дней лактации (в ц): 35,9; 35,3; 42,7; 45,2; 25,9; 35,5; 33,4; 27,0; 35,9; 38,8; 33,7; 38,6; 40,9; 35,5; 44,1; 37,4; 34,2; 30,8; 38,4; 31,3.

Требуется получить вариационный ряд и построить гистограмму относительных частот; найти основные выборочные характеристики: , s2, s, V, sx; с надежностью 95% указать доверительный интервал для оценки генеральной средней xГ.

Решение. Запишем исходные данные в виде вариационного ряда, то есть располагая их в порядке возрастания: 25,9; 27,0; 30,8; 31,3; 33,4; 33,7: 34,2; 35,3; 35,3; 35,5; 35,9; 35,9; 37,4; 38,4; 38,6; 38,8; 40,9; 42,7; 44,1; 46,2.

Максимальное значение признака составляет 46,2 ц, а минимальное – 25,9 ц. Разница между ними составляет 20,3 ц. Этот интервал надо разбить на определенное количество классов. При малом объеме выборки (20–40 вариант) намечают 5–6 классов. Возьмем длину интервала ∆x=5. Получаем пять интервалов: первый 25 – 30, второй 30 – 35, третий 35 – 40, четвертый 40 – 45, пятый 45 – 50. С помощью ранжированного ряда определим частоту попадания вариант выборки в каждый интервал. В первый интервал попадет два значения, поэтому n1= 2. Во второй интервал попадают пять значений, поэтому n2= 5. Аналогично n3= 9, n4=3, n5= 1.

Теперь найдем относительные частоты попадания вариант выборки в каждый интервал:

w1=n1/n=2/20=0,1; w2=n2/n=5/20=0,25; w3=n3/n=9/20=0,45;

w4=n4/n=3/20=0,15; w5=n5/n=1/20=0,05.

Для проверки вычисляем сумму относительных частот:

w1+ w2+ w3+ w4+ w5=0,1+0,25+0,45+0,15+0,05=1.

Тот факт, что в сумме получена единица, подтверждает правильность вычислений.

Вычислим плотности wi/∆x относительных частот вариант. Получаем

w1/∆x1=0,1/5=0,02; w2/∆x2=0,25/5=0,05; w3/∆x3=0,45/5=0,09;

w4/∆x4=0,15/5=0,03; w5/∆x5=0,05/5=0,01.

Полученные результаты сведем в таблицу.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Интервал значений | 25–30 | 30–35 | 35–40 | 40–45 | 45–50 |
| Частоты вариант | 2 | 5 | 9 | 3 | 1 |
| Относительные частоты | 0,10 | 0,25 | 0,45 | 0,15 | 0,05 |
| Плотность относительных частот | 0,02 | 0,05 | 0,09 | 0,03 | 0,01 |

Строим гистограмму относительных частот – ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых являются интервалы, а высотами соответствующие значения плотностей относительных частот.

Основные выборочные характеристики вычисляются по формулам:  – выборочная средняя;  – «исправленная» дисперсия;  – среднее квадратическое отклонение;  – ошибка средней; – коэффициент вариации.

Расчеты удобно проводить с помощью таблицы

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Результат обследования xi | xi– | (xi–)2 |
| 1 | 35,9 | –0,1 | 0,01 |
| 2 | 35,3 | –0,7 | 0,49 |
| 3 | 42,7 | 6,7 | 44,89 |
| 4 | 45,2 | 9,2 | 84,64 |
| 5 | 25,9 | –10,1 | 102,01 |
| 6 | 35,3 | –0,7 | 0,49 |
| 7 | 33,4 | –2,6 | 6,76 |
| 8 | 27,0 | –9,0 | 81,00 |
| 9 | 35,9 | –0,1 | 0,01 |
| 10 | 38,8 | 2,8 | 7,84 |
| 11 | 33,7 | –2,3 | 5,29 |
| 12 | 38,6 | 2,6 | 6,76 |
| 13 | 40,9 | 4,9 | 24,01 |
| 14 | 35,5 | –0,5 | 0,25 |
| 15 | 44,1 | 8,1 | 65,61 |
| 16 | 37,4 | 1,4 | 1,86 |
| 17 | 34,2 | –1,8 | 3,24 |
| 18 | 30,8 | –5,2 | 27,04 |
| 19 | 38,4 | 2,4 | 5,76 |
| 20 | 31,3 | –4,7 | 22,09 |
| Σ | 720,3 | 0 | 490,05 |

Подставляя полученные значения в формулы, получаем

 = 720,3/20 = 36,015;

= 490,05/19 = 25,79;

 = 5,08;

 = 5,08/4,47 = 1,34;

 = 5,08/36∙100% = 14%.

Доверительный интервал для оценки генеральной средней имеет вид:

.

Вычисляем теперь радиус доверительного интервала:

tγ ∙sx = 2,10ּ1,34 = 2,8,

где значение  = 2,10 находим по таблице приложения 3.

Таким образом, с надежностью 95% можно утверждать, что во всем стаде средний удой за 300 дней заключен в пределах от =36 – 2,8 = =33,2 ц (гарантированный минимум) до  = 36 + 2,08 = 38,8 ц (возможный максимум).