**Математика**

Уважаемые студенты, следующее задание выполнить нужно до 18.12.20 г. и загрузить в информационно-образовательную среду «Пчела», оно там прикреплено в разделе «Теория вероятностей и математическая статистика». Загружаем 1-3 файла в формате pdf.

**Лекция (10.12.20) 3 пара**

**Тема: «Теория вероятностей»**

Выполнить конспект.

**§1. Повторные независимые испытания**

**п.1. Формула Бернулли**

Пусть производится n независимых испытаний, в каждом из которых событие может появиться либо не появиться. Условимся считать, что вероятность события А в каждом испытании одна и та же, а именно равна р (0< p < 1). Следовательно, вероятность непоявления события А в каждом испытании также постоянна и равна q = 1 – p.

Часто возникает задача вычислить вероятность того, что при n испытаниях событие А наступит ровно k раз.

Искомая вероятность обозначается P(k).

Например, символ Р (3), означает вероятность того, что в пяти испытаниях событие появится ровно 3 раза и, следовательно, не наступит 2 раза.

Поставленную задачу можно решить с помощью так называемой формулы Бернулли.

P(k) =,

где .

Вероятности того, что в n испытаниях событие наступит : а)менее t раз; б) более t раз; в) не менее t раз; г) не более t раз находят соответственно по формулам :

a) P(0) + P(1)+…+ P(t–1)= P(k<t),

б) P(t+1) + P(t+2) + … + P(n) = P(k>t),

 в) P(t) + P(t +1) + … + P(n) = P(k≥t),

 г) P(0) + P(1) +… + P(t) = P(k≤t).

Пример. Вероятность того, что расход электроэнергии в продолжение одних суток не превысит установленной нормы, равна р=0,7. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.

Решение. Вероятность нормального расхода электроэнергии в продолжении каждых из 6 суток постоянна и равна р=0,7. Следовательно, вероятность перерасхода электроэнергии в каждые сутки также постоянна и равна q =1 – p = 1 – 0,7 = 0,3.

Из условия задачи следует, что n = 6; k=4.

Искомая вероятность по формуле Бернулли равна:

.

**п.2. Локальная теорема Лапласа**

Формула Бернулли позволяет вычислить вероятность того, что событие появиться в n испытаниях ровно k раз: P(k) =

При применении формулы учитывается, что вероятность появления события в каждом испытании постоянна. Легко видеть, что пользоваться формулой Бернулли при больших значениях n достаточно трудно.

Естественно, возникает вопрос: нельзя ли вычислить интересующую нас вероятность, если число испытаний велико, не прибегая к формуле Бернулли? Оказывается, можно.

Локальная теорема Лапласа и дает асимптотическую формулу, которая позволяет приближенно найти вероятность появления события ровно k раз в n испытаниях, если число испытаний достаточно велико.

Локальная теорема Лапласа.

Если вероятность р появления события А в каждом испытании постоянна и отлична от нуля и единицы, то вероятность Р(k) того, что событие А появится в n испытаниях ровно k раз, приближенно равна (тем точнее, чем больше n):

Р(k) =

где  φ(x) = ; q = 1 – p.

Имеются таблицы, в которых помещены значения функции φ(x)= ,

соответствующие положительным значениям аргумента x (см. приложение 1).

Для отрицательных значений аргумента пользуются теми же таблицами, так как φ(х) – функция четная, то есть φ(–x) = φ(x).

Пример. Найти вероятность того, что событие А наступит ровно 80 раз в 400 испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании

равна 0,2.

Решение. По условию, n=400; k=80; p=0,2; q=0,8.

Воспользуемся формулой Лапласа:

Р(80)≈.

Вычислим определяемое данными задачи значение х:

x = (k–np) / = (80 – 400 ∙ 0,2) / 8 = 0

По таблице приложения 1 находим φ(0)=0,3989.

Искомая вероятность:

Р(80)= (1/8)∙0,3989=0,04986.

Формула Бернулли приводит примерно к такому же результату (выкладки ввиду их громоздкости опущены): Р(80)=0,0498.

**п.3. Интегральная теорема Лапласа**

Вновь предположим, что производится n испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А постоянна и равна р (0<p<1). Как вычислить вероятность P(k,k) того, что событие А появится в n испытаниях не менее k и не более k раз (для краткости будем говорить «от kдо kраз»)? На этот вопрос отвечает интегральная теорема Лапласа, которую мы приводим ниже.

Интегральная теорема Лапласа.

Если вероятность р наступления события А в каждом испытании постоянна и отлична от нуля и единицы, то вероятность P(k, k) того, что событие А появится в n испытаниях от kдо k раз, приближенно равна определенному интегралу:

 ,

где  и .

При решении задач, требующих применения интегральной теоремы Лапласа, пользуются специальными таблицами, так как неопределенный интеграл , не выражается через элементарные функции. Таблица для функции Φ(х) = приведена в приложении 2. В таблице даны значения функции Ф(х) для неотрицательных значений х; для х<0 пользуются той же таблицей, так как Ф(х) – функция нечетная: Ф(–х) = – Ф(х). В таблице приведены значения функции лишь до х = 5, так как для x>5 можно принять Ф(х) = 0,5. Функцию Ф(х) часто называют функцией Лапласа.

Пример. Вероятность того, что деталь не прошла проверку ОТК, равна 0,2. Найти вероятность того, что среди 400 случайно отобранных деталей окажется непроверенных от 70 до 100.

Решение. По условию р = 0,2; q=0,8; n= 400; k=70; k=100.

Вычислим верхний и нижний пределы интегрирования:



.

Таким образом, получаем:

P(70; 100) = Ф (2,5) – Ф(–1,25) = Ф (2,5) + Ф(1,25),

так как Ф(–1,25) = –Ф (1,25).

По таблице приложения 2 находим:

Φ(2,5) = 0,4938, Φ(1,25) = 0,3944.

Искомая вероятность: P(70; 100) = 0,4938 + 0,3944 = 0,8882.

**п.4. Формула Пуассона**

Пусть производится n независимых испытаний¸ в каждом из которых вероятность появления события А равна р. Для определения вероятности k появлений события в испытаниях используют формулу Бернулли. Если же n велико, то пользуются асимптотической локальной формулой Лапласа. Однако, эта формула непригодна, если вероятность события мала (р ≤ 0,1). В этих случаях (n велико, р мало) прибегают к асимптотической формуле Пуассона.

Итак, поставим перед собой задачу найти вероятность того, что при очень большом числе испытаний, в каждом из которых вероятность события очень мала, событие наступит ровно k раз. Сделаем важное дополнение: произведение n∙p сохраняет постоянное значение, а именно, n∙p=λ.

Формула Пуассона имеет вид:

,

где λ=n∙p.

Эта формула выражает закон Пуассона распределения вероятностей массовых (n велико) и редких (р мало) событий.

Пример. Завод отправил на базу 5000 доброкачественных изделий. Вероятность того, что в пути изделие повредиться равно 0,0002. Найти вероятность того, что на базу прибудут три негодных изделия.

Решение. По условию n=5000; р = 0,0002; k = 3. Найдем λ:

λ = n ∙ p= 5000 ∙ 0,0002 = 1.

Искомая вероятность по формуле Пуассона равна:



**§2. Дискретные случайные величины.**

**п.1. Закон распределения дискретной случайной величины**

Определение. *Дискретной* называют случайную величину, возможные значения которой есть отдельные изолированные числа, которые эта величина принимает с определенными вероятностями.

То есть, возможные значения дискретной случайной величины можно перенумеровать. Число возможных значений дискретной случайной величины может быть конечным или бесконечным (счетным).

Определение**.** *Законом распределения* дискретной случайной величины называют перечень ее возможных значений и соответствующих им вероятностей.

Закон распределения дискретной случайной величины Х может быть задан в виде таблицы, первая строка которой возможные значения xi, а вторая–вероятности pi.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | x1 | x2 | … | xn |
| p | p1 | p2 | … | pn |

В случае, когда множество значений дискретной случайной величины конечно, сумма вероятностей равна единице:

.

Если множество возможных значений случайной величины х бесконечно (счетно), то закон распределения будет иметь следующий вид:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | x1 | x2 | … | xn | … |
| P | p1 | p2 | … | pn | … |

где ряд  сходится и его сумма равна единице:

=1*.*

Закон распределения дискретной случайной величины х может быть также задан аналитически

P(Х = ) = ϕ()

или с помощью функции распределения.

Закон распределения дискретной случайной величины можно изобразить графически, для чего в прямоугольной системе координат строят точки M1(x1;p1), M2(x2;p2), …, Mn(xn;pn) (xi – возможные значения, pi – соответствующие вероятности) и соединяют их отрезками прямых. Полученную фигуру называют *многоугольником распределения*.

Пример 1. Дискретная случайная величина Х задана законом распределения:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 1 | 3 | 6 | 8 |
| Р | 0,2 | 0,1 | 0,4 | 0,3 |

Построить многоугольник распределения.

Решение. Построим прямоугольную систему координат, причем по оси абсцисс будем откладывать возможные значения xi, а по оси ординат–соответствующие вероятности pi.

Построим точки M1(1; 0,2), M2(3; 0,1), M3(6; 0,4) и M4(8; 0,3). Соединив эти точки отрезками, получим искомый многоугольник распределения.

Рис.1 Многоугольник распределения.

Пример 2. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в первом опыте равна 0,1. составить закон распределения числа отказавших элементов в первом опыте.

Решение. Дискретная случайная величина Х (число отказавших элементов в первом опыте) имеет следующие возможные значения:  = 0 (ни один из элементов устройства не отказал),  = 1 (отказал один элемент), = 2 (отказали два элемента),  = 3 (отказали три элемента).

Отказы элементов независимы один от другого, вероятности отказа каждого элемента равны между собой, поэтому применима формула Бернулли. Учитывая, что по условию n = 3, p = 0,1 (следовательно, q = 1 – 0,1 = 0,9), получим:

P3(0) = q³ = 0,9³ = 0,729;

P3(1) = C∙p¹∙q³ = 3 ∙ 0,1 ∙ 0,9³ = 0,243;

P3(2) = С∙р²∙q¹ = 3 ∙ 0,1² ∙ 0,9 = 0,027;

P3(3) = p³ = 0,1³ = 0,001.

Контроль: 0,729 + 0,243 + 0,027 + 0,001 = 1.

Получаем закон распределения:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 0 | 1 | 2 | 3 |
| Р | 0.729 | 0,243;  | 0,027 | 0.001 |

**п.2. Числовые характеристики дискретной случайной величины**

Определение**.** *Математическим ожиданием* дискретной случайной величины М(Х) называется число, равное сумме произведений значений случайной величины на соответствующие вероятности их появления:

М(Х) = x1 ∙ p1 + x1 ∙ p1 + … + xn ∙ pn

Математическое ожидание обладает следующимисвойствами:

1. Математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной:

М(С) = С.

1. Математическое ожидание суммы двух случайных величин равно сумме математических ожиданий слагаемых (то же относится к разности):

М(Х ± У) = М(Х) ± М(У).

1. Математическое ожидание произведения двух независимых случайных величин равно произведению их математических ожиданий:

М(Х∙У)=M(Х) ∙ M(У).

1. Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания:

М(С∙Х)=С∙М(Х).

Определение. *Дисперсией* (рассеянием) дискретной случайной величины называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания:

D(Х)=M[Х–M(Х)]².

**Теорема.** *Дисперсия равна разности между математическим ожиданием квадрата случайной величины Х и квадратом ее математического ожидания:*

D(Х)=M(Х²)–[M(Х)]².

**Доказательство.** Математическое ожидание М(Х) есть постоянная величина, следовательно, 2∙М(Х) и М²(Х) есть также постоянные величины. Приняв это во внимание и пользуясь свойствами математического ожидания (постоянный множитель можно вынести за знак математического ожидания, математическое ожидание суммы равно сумме математических ожиданий слагаемых), упростим формулу, выражающую определение дисперсии:

D(X) = M[X–M(X)]² = M[X² – 2∙X∙M(X)+M²(X)] = M(X²)–2∙M(X)∙M(X)+M²(X) =

=M(X²) – 2M²(X) + M²(X) = M(X²) – M²(X).

Итак,

D(X) = M(X²) – [M(X)]².

Квадратная скобка введена в запись формулы для удобства ее запоминания.

Свойства дисперсии:

1. Дисперсия постоянной равна нулю:

D(C) = 0.

1. Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возведя его в квадрат:

D(C∙X)=C² ∙ D(X).

1. Дисперсия суммы двух независимых случайных величин равна сумме дисперсий этих величин:

D(X + Y) = D(X) + D(Y).

1. Дисперсия суммы постоянной величины и случайной равна дисперсии случайной величины:

D(X + С) = D(X).

Пример1. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины Х, заданной законом распределения:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | –5 | 2 | 3 | 4 |
| Р | 0,4 | 0,3 | 0,1 | 0,2 |

Решение. Найдем математическое ожидание Х:

М(Х) = –5 ∙ 0,4 + 2 ∙ 0,3 + 3 ∙ 0,1 + 4 ∙ 0,2 = – 0,3.

Дисперсию можно вычислить, исходя из ее определения, однако воспользуемся формулой:

D(X) = M(X²) – [M(X)]²,

которая быстрее ведет к цели.

Напишем закон распределения Х²:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 25 | 4 | 9 | 16 |
| Р | 0,4 | 0,3 | 0,1 | 0,2 |

Найдем математическое ожидание Х²:

М(Х²) = 25 ∙ 0,4+4 ∙ 0,3+9 ∙ 0,1+16 ∙ 0,2 = 15,3.

Найдем искомую дисперсию:

D(X) = M(X²) – [M(X)]² = 15,3 – (–0,3)² = 15,21.

Найдем искомое среднее квадратическое отклонение:

σ(Х) =  =3,9.

Определение. Дискретная случайная величина Х, вероятности значений которой находятся по формуле Бернулли, называется распределённой по *биномиальному* закону. В таком случае говорят, что Х имеет биномиальное распределение.

Теорема.

Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины Х, распределённой по биномиальному закону, вычисляются по формулам:

М(Х) = n∙p, D(X) = n∙p∙q, σ(X) =,

где n – число испытаний;

р – вероятность появления события

q – вероятность непоявления события.

**§3. Непрерывные случайные величины.**

**п.1. Функция распределения вероятностей. Плотность вероятностей**

Определение. *Непрерывной* называют случайную величину, которая может принимать все значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка.

Для непрерывной случайной величины вводится понятие функции распределения.

Определение. *Функцией распределения* вероятностей случайной величины Хназывают функцию F(х), определяющую для каждого значения x вероятность того, что случайная величина Х примет значение меньшее x, то есть

F(х) = P(X < x)

Часто вместо термина «функция распределения» используют термин «интегральная функция распределения».

Свойства функции распределения:

1. Значения функции распределения принадлежат отрезку [0; 1]:

0 ≤ F(х) ≤ 1.

1. Функция распределения есть неубывающая функция, то есть

если x> x,

 то F(x) ≥ F(x).

1. Вероятность того, что случайная величина примет значение, заключенное в интервале [a; b), равна приращению функции распределения на этом интервале:

P(a ≤ X < b) = F(b) – F(a).

1. Вероятность того, что непрерывная случайная величина Х примет одно определенное значение, равна нулю:

Р(Х = x)=0.

1. Если возможные значения случайной величины принадлежат интервалу (а; b), то

F(x) = 0 при х ≤ a;

F(х) = 1 при х ≥ b.

1. Если возможные значения непрерывной случайной величины расположены на всей оси Ox, то справедливы следующие предельные соотношения:

.

Определение. *Плотностью распределения* вероятностей непрерывной случайной величины называют первую производную от функции распределения:

f(x) = F'(x).

Часто вместо термина «плотность распределения вероятностей» используют термин «плотность вероятностей» и «дифференциальная функция».

Свойства плотности распределения:

1. Плотность распределения неотрицательна в любой точке оси Ох:

f(x)≥0 при х(– ∞; +∞).

1. Вероятность того, что непрерывная случайная величина Х примет значение, принадлежащее интервалу (а, b), определяется равенством:

P(a < X < b) = .

1. Зная плотность распределения, можно найти функцию распределения:

F(x)= .

1. Несобственный интеграл от плотности распределения в пределах от –∞ до +∞ равен единице:

dx = 1.

1. Если все возможные значения случайной величины принадлежат интервалу (*a*;*b*), то

 = 1.

Определение. *Математическое ожидание*непрерывной случайной величины Х, возможные значения которой принадлежат всей оси Ох, определяется равенством

М(Х)=,

где f(x) – плотность распределения случайной величины Х.

Предполагается, что интеграл сходится абсолютно. В частности, если все возможные значения принадлежат интервалу (*a*;*b*), то

М(Х)=.

Математическое ожидание обладает следующими свойствами:

1. Математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной:

М(С)=С.

1. Математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме математических ожиданий слагаемых:

.

1. Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания:

.

1. Математическое ожидание произведения взаимно независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий сомножителей:

.

Определение.*Дисперсия*непрерывной случайной величины Х, возможные значения которой принадлежат всей оси Ох, определяется равенством:

D(x)=

Как и в случае с дискретной случайной величиной, можно показать, что

D(x)=

В частности, если все возможные значения Х принадлежат интервалу (*a*;*b*), то

D(X)=

или

D(X)=.

Дисперсия обладает следующими свойствами:

1. Дисперсия постоянной равна нулю:

D(C) =0.

1. Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, предварительно возведя его в квадрат:

D(CХ)=CD(Х).

1. Дисперсия суммы независимых случайных величин равна сумме дисперсий слагаемых:

.

1. Дисперсия произведения независимых случайных величин равна произведению дисперсий сомножителей:

.

1. Дисперсия суммы постоянной и независимой случайной величины равна квадрату постоянной на дисперсию независимой случайной величины:

.

Пример. Дана функция распределения непрерывной случайной величины Х



Требуется найти:

1. график F(x),
2. плотность f(x),
3. график f(x),
4. математическое ожидание М(Х),
5. дисперсию D(Х),
6. среднее квадратическое отклонение σ,
7. Р(Х < –2), P( ≤ Х < 1) P(Х ≥ ).

Решение.

1. Построим график функции распределения

 F(x)

1

 0 2 X

Рис. 2. График функции распределения.

1. Так как плотность f(x) равна первой производной от функции распределения

f(x)= F′(х),

то найдем производные от каждой из функций, составляющих функцию F(x):

.

Тогда получаем функцию f(x):

f(x)=

1. Построим график плотности f(x)

 f(x)

 1

 2 X

Рис. 3. График плотности f(x).

Заметим, что при х=0 производная F′(х) не существует.

1. Найдем математическое ожидание непрерывной случайной величины Х:

М(Х)== ====.

1. Чтобы найти дисперсию непрерывной случайной величины Х, найдём математическое ожидание случайной величины Х:

М(Х)== = ==2.

Дисперсию найдем по формуле:

D(Х) = M(Х) – M(Х) = 2─= 2 ─1,78 = 0,22.

1. Среднее квадратическое отклонение σ найдем по формуле:

σ(X) === 0,47.

1. Найдем вероятность того, что случайная величина Х примет значение из интервала (– ;– 2), то есть Р(Х< – 2):

Р(Х< – 2) = F(– 2) = 0,

Вторую вероятность Р(≤ Х < 1) найдём по формуле Р(a ≤ Х < b)= F(b) – F(a):

Р(≤Х<1)= F(1) – F()=.

Так как события и  противоположные, то вероятность события  находится по формуле:

Р=1– Р=1– F=1– .

**п.2. Равномерное и нормальное распределения**

# Равномерное распределение

Определение. Будем говорить, что распределение вероятностей непрерывной случайной величины является равномерным распределением, если плотность вероятности случайной величины Х имеет вид:

f(x)=

Найдем значение с.

Так как плотность вероятности удовлетворяет условию:

=1,

то получаем:

.

Так как f(x)=c на промежутке [a;b], то , следовательно, c =.

Итак, равномерно распределённая случайная величина имеет плотность вероятности:

f(x)=

Пример. Если распределение случайной величины Х – равномерное и задан отрезок [2;8], то b – a = 8 – 2 = 6 и

f(x)=

Найдем числовые характеристики равномерного распределения.

1. Математическое ожидание равномерного распределения.

М(Х)==.

## Пример. Для предыдущей задачи найдем математическое ожидание

М(Х)= .

1. Дисперсия равномерного распределения.

D(Х) ==



=.

Пример. Для предыдущей задачи найдем дисперсию:

D(Х) =.

### Нормальное распределение

Определение. Случайная величина Х имеет нормальный закон распределения, если ее функция плотности вероятности имеет вид:

f(x)=,

где σ и *a*– параметры распределения.

Определение. График функции f(x) называется *нормальной кривой* или кривой нормального распределения.

Методами дифференциального исчисления можно установить, что:

1. кривая симметрична относительно прямой х=*a;*
2. функция имеет максимум при х=*a* f(*a*)= ;
3. по мере удаления х от точки *a* функция убывает и при х→∞ кривая приближается к оси Ох;
4. кривая выпукла вверх при х є (*a*– σ; *a* + σ) и

выпукла вниз при х є (– ∞; *a* – σ) и х є (*a* + σ; + ∞).

 f(x)



 0 *a* X

Рис. 4. Кривая нормального распределения.

**Замечание.** Форма кривой изменяется с изменением параметра σ. С возрастанием σ кривая f(x) становится более пологой и растянутой вдоль оси Ох.

Значениям случайной величины, близким к математическому ожиданию, соответствует большая плотность вероятности, то есть малые отклонения значений случайной величины от ее математического ожидания встречаются чаще, чем большие.

Так как случайная величина определена на всей числовой оси, то при вычислении числовых характеристик рассматривается интеграл на промежутке (– ∞; +∞). Можно показать, что:

М(Х) ==,

D(Х) =,σ(Х) = σ.

Свойства нормального распределения.

1. Вероятность того, что нормально распределенная случайная величина Х примет значение, принадлежащее интервалу (α*;* β), находится по формуле:

Р(α < Х < β) = Ф—Ф,

где Φ(х)  – функция Лапласа (см. приложение 2).

1. Вероятность того, что абсолютная величина отклонения меньше положительного числа δ находится по формуле:

Р(<δ)=2Ф().

В частности при *a*=0 справедливо равенство:

Р(<δ)= 2Ф().

Правило «3 σ».

Для нормально распределенной случайной величины велика вероятность того, что при однократном испытании отклонение величины от ее математического ожидания не превышает среднего квадратического отклонения.

Преобразуем формулу Р(<δ)=2Ф(), положив δ=σ·t. В итоге получим

Р(<σ·t)=2Ф(t).

Если t=3 и, следовательно, σ·t=3σ, то <=, то есть вероятность того, что отклонение от математического ожидания по абсолютной величине будет меньше утроенного среднего квадратического отклонения, равна 0,9973. Это и есть правило «3 σ».

Другими словами, вероятность того, что абсолютная величина отклонения превысит утроенное среднее квадратическое отклонение, очень мала, а именно равна 0,0027.

Это означает, что лишь в 0,27% случаев так может произойти, что значения нормально распределенной случайной величины выйдут за пределы интервала (a – 3σ; a + 3σ). Такие события, исходя из принципа невозможности маловероятных событий, можно считать практически невозможным. В этом и состоит сущность правила трех сигм.

Пример 1. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины Х равны соответственно 11 и 4. Найти вероятность того, что в результате испытания Х примет значение, заключенного в интервале (19;23).

Решение. Воспользуемся формулой:

Р(α<Х<β)=Ф—Ф.

По условию, α = 19; β = 23; а = 11; σ = 4, тогда

Р(19<Х<23)=Ф – Ф= Ф(3) – Ф(2).

По таблице приложения 2 находим: Ф(3)=0,49865, Ф(2)=0,4772.

Найдем искомую вероятность (вероятность того, что в результате испытания Х примет значение, заключенное в интервале (19;23)):

Р(19<Х<23)=0,49865 – 0,4772=0,02145.

Пример 2. Математическое ожидание нормально распределенной случайной величины Х равно 5 и среднее квадратическое отклонение равно 2. Написать плотность вероятности Х.

Решение. Плотность нормально распределенрон случайной величины Х имеет вид:

f(x)=.

Подставив *a*=5 и σ=2, получим:

f(x)=.